

6. A FÖLD TENGELYKÖRÜLI FORGÁSA.

A Föld saját tengelye körüli forgását az $\vec{\omega}$ forgási szögsebességvektor jellemzi, ezért a Föld forgásának leírásához ismernünk kell a szögsebességvektor térbeli irányát és nagyságát, valamint a forgástengely és a Föld tömegének relatív helyzetét, mint az idő függvényét.

A tengelykörüli forgás során a szögsebességvektor térbeli iránya és nagysága állandóan változik.

Az $\vec{\omega}$ szögsebességvektor abszolút értékének (illetve a napok hosszának) változásaival az 5.5.2 pontban foglalkoztunk; ahol megállapítottuk, hogy a forgási sebesség szekuláris lassulása elsősorban a Hold és a Nap által okozott ún. dagállyúrlódás eredménye, az évszakos változást felszíni (meteorológiai) tényezők, a rendszertelen változásokat pedig a Föld belső tömegátrendeződései okozzák.

A továbbiakban egyrészt az $\vec{\omega}$ vektor térbeli irányának időbeli változásait: a forgástengely precessziós és nutációs mozgását tanulmányozzuk, másrészt megvizsgáljuk a Föld forgástengelyének a Föld tömegéhez viszonyított mozgását: a pólusmozgás (a pólusingadozás és a pólusvándorlás) jelenségét és okait.

Számunkra a Föld forgási jelenségei vizsgálatának azért van különösen nagy jelentősége, mert a Föld forgástengelyének - mint az egyik koordináta irányának - alapvetően fontos szerepe van a csillagászati és földrajzi helymeghatározásban.

6.1 A forgástengely térbeli irányának változásai

Mivel a Föld forgástengelye nem merőleges az ekliptika síkjára (azaz a Föld keringési pályasíkjára), ezért a Nap, a Hold és a bolygók - amelyek többségükben az ekliptika síkjának közelében vannak - a Föld egyenlítői tömegtöbbletére olyan forgatónyomatékokat fejtenek ki, ami a mechanika törvényei szerint úgy igyekszik megváltoztatni a forgástengely térbeli irányát, hogy az az ekliptika síkjára merőleges legyen. A pörgettyűként viselkedő Földtest azonban forgástengelyének helyzetét megtartani igyekszik. A két hatás eredőjeként a forgástengely olyan kúppalást mentén vándorol, amelynek csúcspontja a Föld tömegközéppontja és tengelye az ekliptika síkjára merőleges (fél nyílásszöge mintegy 23.5°). A forgástengely irányának ezt a mozgását *precessziós mozgásnak* nevezzük.

Gyakorlati okokból a csillagászatban és a geodéziában a forgástengely általános precessziós mozgását két összetevőre szokás bontani: a Nap és a Hold által okozott hosszúperiódusú mozgást *luniszoláris precesszió*nak nevezzük, amihez hozzáadódik a bolygók hatását tükröző *planetáris precesszió*.

A hosszúperiódusú precessziós mozgásra több különböző hosszúságú rövidperiódusú mozgás is rakódik. A forgástengely térbeli helyzetének rövidperiódusú változásait *csillagászati nutáció*nak nevezzük (a forgástengelynek ez a mozgása azonban

nem azonos a forgó testek mechanikájából ismert ún. erőmentes pörgettyű nutációs mozgásával).

6.1.1 A luniszoláris precesszió

Mivel a forgó testek mechanikája szerint a saját tengelye körül forgó Föld pörgettyűnek tekinthető, ezért a Föld precessziós mozgásának leírását megelőzően röviden vizsgáljuk meg a szabad tengely körül forgó merev testek mozgását: a mechanikából ismert ún. pörgettyűmozgást.

Minden merev test forgása során a forgási tehetetlensége miatt igyekszik megtartani forgási állapotát, más szóval az impulzusnyomaték megmaradási törvénye értelmében bármely zárt rendszer \mathbf{N} impulzusnyomatéka állandó, tehát időbeli változása:

$$\frac{d\mathbf{N}}{dt} = 0 \quad (6.1)$$

Ha a forgó merev testre külső erők is hatnak, akkor. az impulzusnyomaték megváltozása a külső erők \mathbf{M} forgatónyomatékával egyenlő:

$$\frac{d\mathbf{N}}{dt} = \mathbf{M} \quad (6.2)$$

A forgatónyomaték vektora az \mathbf{F} erő és az \mathbf{r} erőkar vektoriális szorzata:

$$\mathbf{M} = \mathbf{F} \times \mathbf{r} \quad (6.3)$$

az impulzusnyomaték pedig a mechanikából ismert összefüggés szerint:

$$\mathbf{N} = \mathbf{I} \vec{\omega} \quad (6.4)$$

ahol \mathbf{I} a merev test tehetetlenségi-nyomaték tenzora, $\vec{\omega}$ pedig a forgási szögsebesség vektora. Behelyettesítve a (6.3) és a (6.4) összefüggést a (6.2)-be:

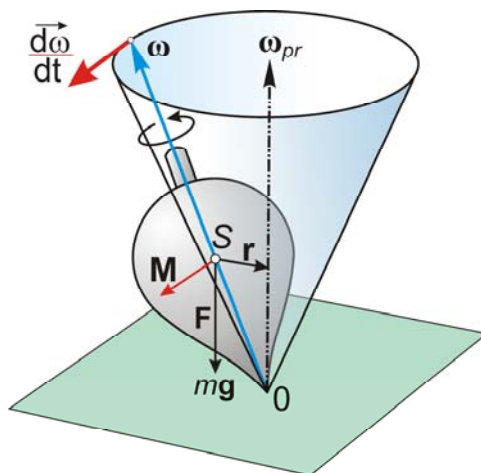
$$\frac{d}{dt} \mathbf{I} \vec{\omega} = \mathbf{F} \times \mathbf{r} \quad (6.5)$$

Mivel adott merev test esetén $\mathbf{I} = \text{áll.}$, ezért az \mathbf{I} kiemelhető a differenciálási jel elé, tehát a (6.5) az

$$\mathbf{I} \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \mathbf{F} \times \mathbf{r} \quad (6.6)$$

formában is írható. Ebből viszont már közvetlenül látható, hogy külső forgatónyomaték hatására a nehézségi erőterben megfelelően gyorsan forgó merev testek (az ún. súlyos pörgettyűk) $\vec{\omega}$ szögsebességvektorának térbeli iránya folyamatosan változik; az $\vec{\omega}$ vektor mindenkor az \mathbf{F} és az \mathbf{r} irányára merőleges irányban mozdul el [22]. Ennek

megfelelően a 6.1 ábrán látható ferde tengelyű gyorsan forgó pörgettyű (pl. a mindenki által jól ismert játék: a bűgőcsiga) nem dől el, hanem a forgástengelye függőleges tengelyű körkúp palástja mentén állandó $\vec{\omega}_{pr} \ll \vec{\omega}$ precessziós szögsebességgel lassan körbevándorol. A pörgettyű forgástengelyének ezt a mozgását *precessziós mozgásnak* nevezzük.



6.1 ábra

A "súlyos" pörgettyű precessziós mozgása

Földünk forgástengelye a külső erők hatására az előbbihez teljesen hasonló mozgást végez, a különbség mindössze annyi, hogy a Föld esetében az $\vec{\omega}$ vektor iránya (a forgástengely körbevándorlásának iránya) ellentétes. Ennek az az oka, hogy a 6.1 ábrán látható pörgettyűre olyan irányú forgatónyomaték hat, ami a forgástengelyét fekvő helyzetbe igyekszik hozni; a Föld esetében viszont a Napnak és a Holdnak az egyenlítői tömegtöbbletre gyakorolt vonzása olyan erőpárt hoz létre, amely a Föld forgástengelyének irányát az ekliptika síkjának normálisára irányába felállítani igyekszik.

Ezek után vizsgáljuk meg kissé részletesebben a Föld precessziós mozgását és ennek okát.

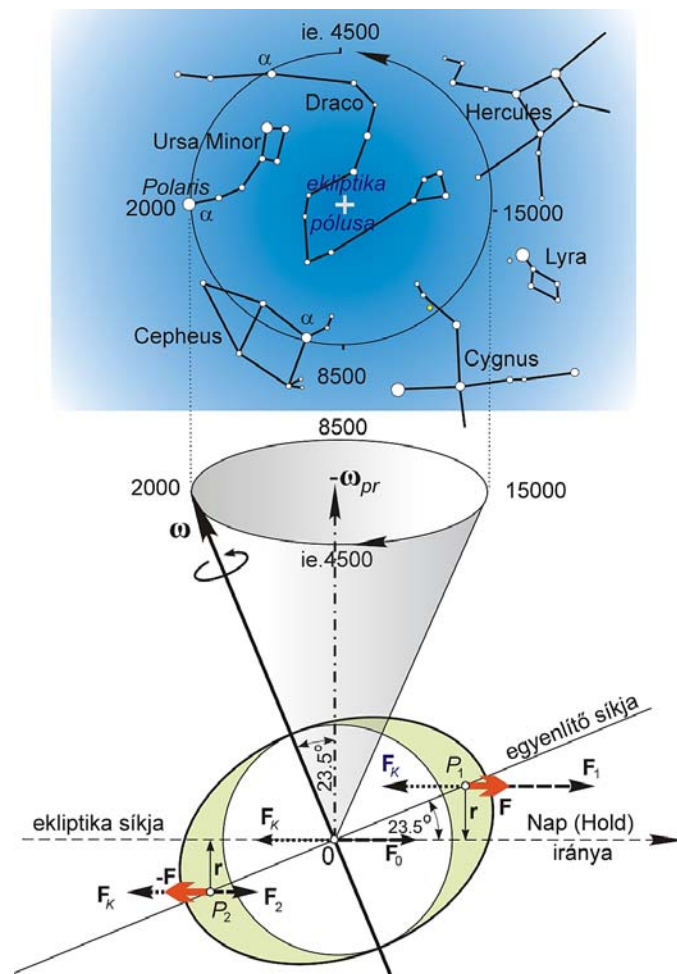
A Föld jó közelítéssel forgási ellipszoid alakú, melynek az egyenlítői sugara (fél nagytengelyének hossza) mintegy 21 km-rel nagyobb a sarkok felé mérhető távolságnál (a fél kistengelyének hosszánál). Ugyanakkor a Föld egyenlítői síkja mintegy 23.5°-kal hajlik a Föld pályasíkjához (azaz az ekliptika síkjához), amelyben a Nap, és amelynek közelében a Hold és valamennyi bolygó található. A Föld tömegeloszlásának a gömbszimmetrikus tömegeloszláshoz viszonyított eltérése miatt főleg a Hold és a Nap olyan forgatónyomatékokat fejt ki a Föld egyenlítői tömegtöbbletére, amely ezt az ekliptika síkjába igyekszik beforgatni, azaz a forgástengelyt az ekliptika normálisának irányába igyekszik állítani. Ha a Föld nem forogna, akkor ez be is következne - pontosabban már régen bekövetkezett volna. A Föld azonban saját tengelye körül kellőképpen gyorsan forog, ezért a forgatónyomaték hatására a bemutatott ún. "súlyos" pörgettyű mozgásához hasonló precessziós mozgást végez.

Egyelőre az egyszerűség kedvéért vizsgáljuk meg csupán a Nap tömegvonzásából adódó forgatónyomaték hatását.

A Föld lényegében a Nap tömegvonzási erőterében végzi a keringését és dinamikus egyensúlyban van; azaz a Napnak a Föld tömegközéppontjára ható F_N tömegvonzásával a Föld Nap körüli keringéséből származó - az F_N erővel egyenlő nagyságú, de ellentétes irányú $-F_K$ keringési centrifugális erő tart egyensúlyt.

Amint korábban az árapályjelenségek tárgyalásakor láttuk, a keringési centrifugális erő a Föld minden pontjában azonos irányú és egyenlő nagyságú.

A gömbszimmetrikus tömegeloszlástól tapasztalható eltérés miatt osszuk a Földet a 6.2 ábrán szaggatott vonallal jelölt belső gömbszimmetrikus tömegtartományra és az egyenlítő menti gyűrűszerű részre; majd ezt a gyűrűt vágjuk a forgástengelyen átmenő és a rajz síkjára merőleges síkkal két további tömegrészre. A Naphoz közelebb eső gyűrűrész tömegközéppontja legyen P_1 , a távolabbi részé pedig P_2 . A Napnak a Föld gömbszimmetrikus tömegtartományára ható tömegvonzását úgy értelmezhetjük, mintha ez csak a gömb O tömegközéppontjában lépne fel. A gyűrűrészekre ható vonzóerőt viszont a P_1 és a P_2 tömegközéppontban ható vonzóerőkkel helyettesíthetjük. A Newton-féle tömegvonzási törvénynek megfelelően a P_1 -ben nagyobb, a P_2 -ben pedig kisebb vonzóerő hat, mint az O tömegközéppontban. Mivel azonban a keringési centrifugális erő mindhárom pontban ugyanakkora, ezért a P_1 -ben és a P_2 -ben a kétfajta erő nincs egymással egyensúlyban; a P_1 -ben a vonzóerő, a P_2 -ben a keringési centrifugális erő nagyobb. A két erő eredője a P_1 pontban: $\mathbf{F} = \mathbf{F}_1 - \mathbf{F}_K$, a P_2 pontban pedig $-\mathbf{F} = \mathbf{F}_2 - \mathbf{F}_K$. Ez a két egyenlő nagyságú, de ellentétes irányú erő a 6.2 ábra síkjából merőlegesen kifelé mutató \mathbf{M} forgatónyomaték-vektort eredményez.



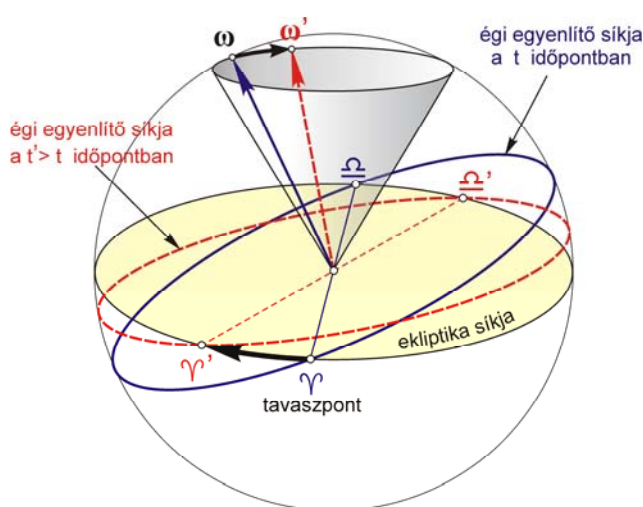
6. 2 ábra

A Föld forgástengelyének precessziós mozgása

A Naphoz hasonlóan a Hold is forgatónyomatékok fejt ki a Földre, sőt a Hold által keltett forgatónyomaték a Hold közelsége miatt jóval nagyobb.

Az ily módon keletkező forgatónyomatékok együttes hatásának eredménye a Földnek a 6.2 ábrán bemutatott precessziós mozgása: az ún. *luniszoláris precesszió*.

A luniszoláris precesszió a csillagászati megfigyelések szerint elsősorban abban nyilvánul meg, hogy az égi pólus (a Föld forgástengelyének és az éggömbnek a metszéspontja) az ekliptika pólusa körül lassan körbevándorol. Mivel az égi egyenlítő síkja merőleges a Föld forgástengelyére, ezért a forgástengely irányának elmozdulása az égi egyenlítő síkjának elfordulásával is jár. Ennek megfelelően a 6.3 ábrán látható módon az ekliptika és az égi egyenlítő síkjának metszéspontjában levő Υ tavaszpont és Ω őszpont is elmozdul az ekliptika mentén, mégpedig a Nap járásával ellentétes irányban [4]. A tavaszpont eltolódása a luniszoláris precesszió hatására, nyugati irányban mintegy $50.37''/\text{év}$.



6. 3 ábra

A tavaszpont precessziós vándorlása

Összefoglalva az eddigieket: a luniszoláris precesszió során a Föld forgástengelye, az ekliptika és az égi egyenlítő síkja 23.5° -os hajlásszögének megfelelően, $2 \times 23.5^\circ = 47^\circ$ -os nyílásszögű kúp palástja mentén mozog úgy, hogy egy teljes körüljárást közel 25 730 év alatt végez. Ez a 6.2 ábra tanúsága szerint azt jelenti, hogy a Föld forgástengelyének északi iránya kb. 5000 évvel ezelőtt az *a Draconis* csillag közelébe mutatott, az égi pólus jelenleg az *a Ursae Minoris* (Polaris) közelében van és kb. 5000 év múlva az *a Cephei* közelében lesz. Így a jelenleg élő generációknak csupán véletlen szerencséje az, hogy az égi északi pólus helyéhez közel viszonylag fényes csillag, a Sarkcsillag található.

6.1.2 Az általános precesszió

Mivel a csillagászati koordináta-rendszereinkben a tavaszpont helyzete alapvető szerepet játszik, a precesszió következtében fellépő helyváltozásainak ismerete rendkívül

fontos. Az előző pontban megállapítottuk, hogy a luniszoláris precesszió hatására a tavaszpont helyzete az ekliptika mentén folyamatosan, évente mintegy $50.37''$ értékkel nyugati irányban eltolódik.

A tavaszpont helyzete azonban nemcsak az égi egyenlítő síkjának elfordulása miatt, hanem az ekliptika síkjának mozgása következtében is változik. A Naprendszer bolygóinak hatására ugyanis a Föld keringési síkja állandóan lassú ingadozásban van a bolygók közepes pályasíkjához képest, tehát ennek következtében lassan változik az ekliptika pólusának helyzete is. Ha az égi pólus mozgását az ekliptika pólusához viszonyítjuk, akkor ennek mozgását is a forgástengely precessziós mozgásaként észleljük. Ezt a jelenséget *planetáris precesszió*nak nevezzük. A planetáris precesszió hatására a tavaszpont direkt irányban - azaz a luniszoláris precesszió hatására bekövetkező elmozdulással ellentétes irányban - évente mintegy $-0.11''$ értékkel tolódik el.

A planetáris precessziót tehát nem a Föld forgástengelyének, hanem az ekliptika síkjának elmozdulása okozza. A planetáris precesszió során az egyenlítő és az ekliptika síkjának hajlásszöge közel 40000 éves periódussal kb. 22° és 24.5° között ingadozik.

A luniszoláris és a planetáris precessziós mozgás eredője az *általános precesszió*. Az általános precessziós mozgás során az ekliptika pólusának mozgása miatt az égi pólus nem pontosan a 6.2 ábra felső részén látható körpálya mentén mozdul el, hanem az állócsillagokhoz viszonyítva a körpályát jól közelítő, de valójában *önmagában nem záródó görbe* mentén vándorol. Az általános precesszió hatására a tavaszpont az ekliptika mentén évente mintegy $50.26''$ értékkel nyugati irányban tolódik el; ennek megfelelően egy teljes körülműködés ideje kb. 25 786 év, azaz közel 20 000 év.

6.1.3 A precessziózavar

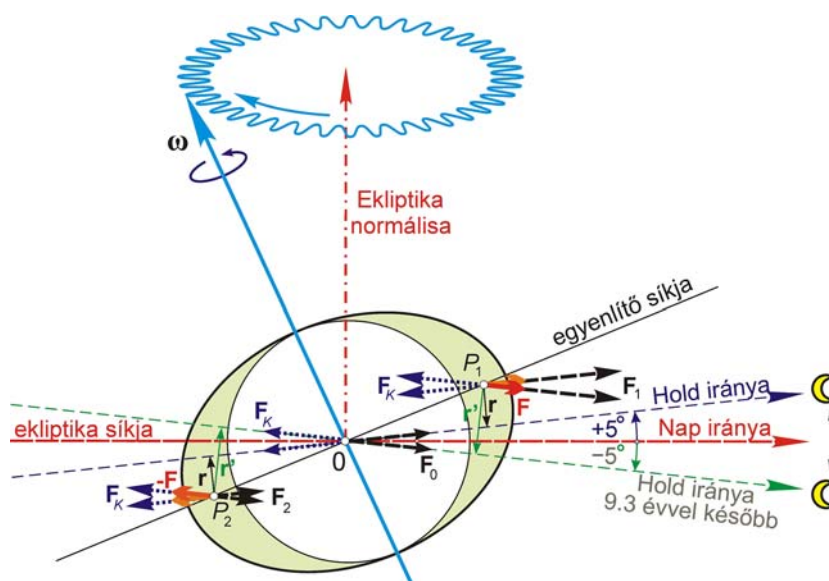
A Hold, a Nap és a bolygók Földhöz viszonyított relatív helyzetváltozásai következtében a Földre időben változó forgatónyomaték hat, ezért az általános precessziós mozgás rövidebb periódusú ingadozásokat mutat. A forgástengely precessziós mozgásának ezen rövidperiódusú változásait *precessziózavarnak* nevezzük (korábban hibásan *csillagászati nutáció*nak nevezték).

A precessziózavar több különböző periódusú és amplitúdójú mozgásból tevődik össze és rakódik rá a hosszúperiódusú (szekuláris) precessziós mozgásra.

A Nap és a Föld egymáshoz viszonyított helyzetváltozásai miatt a precessziózavarnak két fontosabb periódusa van. A Nap által a Föld egyenlítői tömegtöbbletére kifejtett forgatónyomaték nagysága a Nap deklinációjának szögétől (a Föld egyenlítő síkja feletti magasságától) függ [20]. A 6.2 ábra pl. a téli napforduló helyzetében ábrázolja a Földet, amikor $d = -23.5^\circ$. Ekkor és a nyári napforduló napján (amikor $d = +23.5^\circ$) a Nap maximális forgatónyomatékot fejt ki a Földre. A két helyzet között csökken, illetve növekszik a forgatónyomaték. Ennek megfelelően, a Nap deklinációjának változása miatt, féléves periódussal változik a Föld precessziós mozgása. Ehhez egyéves periódusú mozgás is járul, ami annak a következménye, hogy a Föld ellipszis alakú pályán kering a Nap körül és ezáltal egyéves periódussal változik a Naptól mért távolsága.

Többek között teljesen hasonló jellegű, de rövidebb periódusú és nagyobb amplitúdójú változásokat okoz a Hold a Föld körüli keringése során. A Hold a Föld körüli pályáját 28 nap alatt futja be, ezért a Hold deklinációváltozása miatt adódó periódus kb. 14 napos, a Hold-Föld távolság változásából származó periódus pedig 28 napos. Van azonban a Hold mozgásának az eddigieknél jóval fontosabb hatása is. Ez annak a következménye, hogy a Hold pályasíkja nem azonos az ekliptika síkjával (az eltérés kb. $5^{\circ}09'$) és a Hold pályasíkjának az ekliptika síkjával alkotott metszésvonala (a holdpálya csomóvonala) az ekliptika síkjában 18.6 éves periódussal hátráló irányban körbevándorol. Ennek az a következménye, hogy 9.3 évig a Hold keringésének minden periódusában hosszabb a holdpályának az a két szakasza, amelyről a Hold a Föld forgástengelyének hajlásszögét növeli, majd 9.3 évig az a két szakasz hosszabb, amelyről a Hold a forgástengely hajlásszögét csökkenti. Így tehát 9.3 évig a Föld forgástengelyének hajlásszöge kisebb ingadozásokkal állandóan növekszik, 9.3 évig csökken [20]. A holdpálya csomóvonalának elfordulása révén 18.6 éves periódussal változik a Holdnak egy-egy keringése folyamán mérhető legnagyobb deklinációja is, ami szintén hozzájárul a 18.6 éves periódusú precessziózavarhoz.

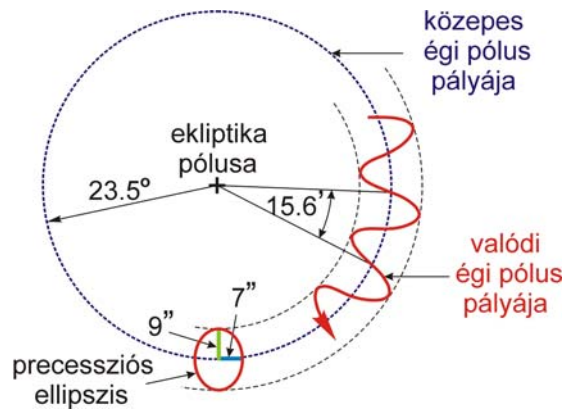
A precessziózavarnak a holdpálya csomóvonalának mozgásából származó tagja sokszorosan nagyobb, mint a precessziózavart alkotó összes többi ingadozás együttesen, ezért ezt a *precessziózavar főtagjának* szokás nevezni.



6.4 ábra

A forgástengely valódi mozgása

A Föld forgási szögsebesség-vektora tehát az ekliptika síkjának a Föld tömegközéppontján átmenő normálisa körül kb. 47° -os közepes csúcshözzeggel a 6.4 ábrán látható hullámos kúppalást mentén közel 26000 éves periódussal vándorol körbe. Ennek megfelelően az égi pólusok (az északi és a déli pólus) az ekliptika pólusaitól 23.5° közepes pólustávolságban hullámos körpálya mentén mozognak. A hullámok közül kiemelkedően legnagyobb a precessziózavar főtagjának 18.6 éves periódusú hulláma. Az ekliptika pólusa körül az égi pólusok által leírt precessziós körön a precessziózavar főtagjának mintegy $26000/18.6 \approx 1400$ hulláma van. Ezeknek a hullámoknak kb. $9''$ az amplitúdója (ennyi a forgástengely hajlásának ingadozása: az ún. ferdeségi precessziózavar), a hullámhossza pedig közel $15.6'$.



6.5 ábra
A precessziós ellipszis

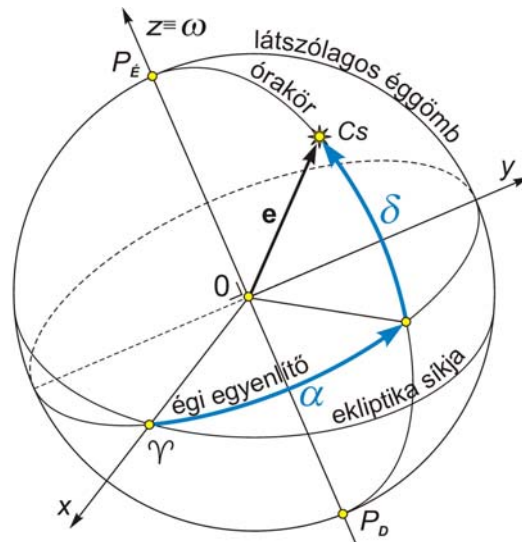
A precessziós mozgást a precessziózavar főtagjával együttesen szokás a 6.5 ábrán látható ún. precessziós-ellipszissel is szemléltetni. Eszerint az ekliptika pólusa körül 23.5° pólustávolságban a precessziós-ellipszis középpontja vándorol egyenletes sebességgel és tesz meg egy teljes kört 26000 év alatt, miközben a valódi (pillanatnyi) égi pólus a precessziós-ellipszis mentén mozog 18.6 éves periódussal. A precessziós-ellipszis $9''$ távolságú fél nagytengelye mindig az ekliptika pólusa irányába mutat, a $7''$ távolságú fél kistengelye pedig erre merőleges.

6.1.4 A forgástengely térbeli helyzetváltozásainak csillagászati és geodéziai hatása

Ha az égitestek koordinátáit a Föld forgástengelyéhez viszonyítva az égi egyenlítői koordinátarendszerben határozzuk meg, a forgástengely eddig ismertett irányváltozásainak hatását számításba kell venni. Az általános precesszió és a precessziózavar ugyanis az égitestek égi egyenlítői koordinátáinak (a 6.6 ábrán látható a rektaszcenziójának és δ deklinációjának) folyamatos változását okozzák az égi egyenlítő síkjának elfordulása miatt.

Mivel a Föld tömege a forgási szögsebesség-vektorral együtt végzi a leírt precessziós mozgásokat, ezért a földi pontoknak a forgástengelyhez viszonyított helyzete a precesszió hatására nem változik. E mozgások ismeretére azonban a geodéziának mégis szüksége van, mert a földi pontoknak a forgástengelyhez viszonyított helyzetét csak csillagászati geodéziai módszerekkel lehet meghatározni.

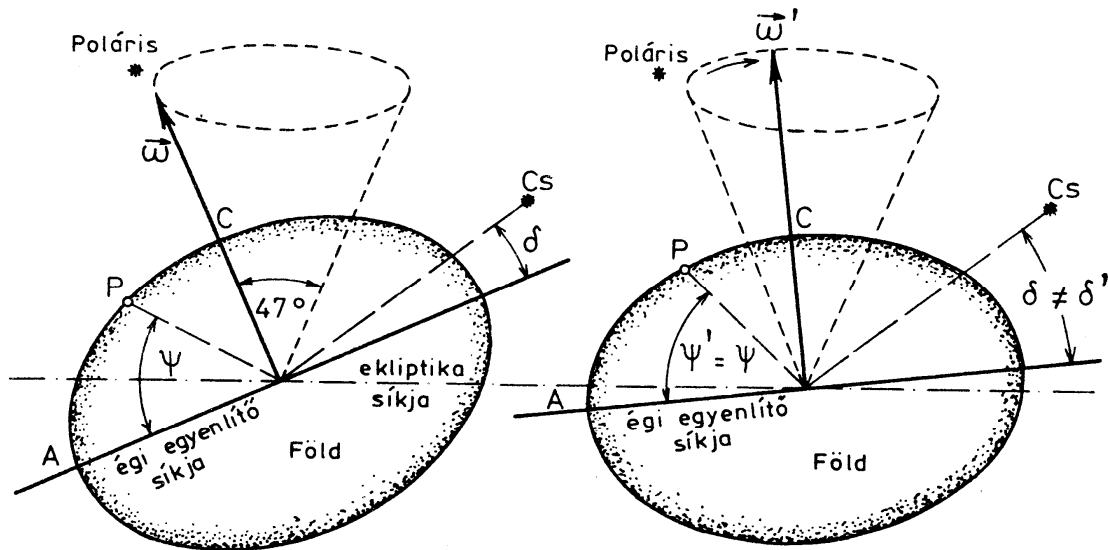
A precesszió és a csillagászati nutáció geodéziai és csillagászati hatását a 6.7 ábrán foglaljuk össze. Az $\bar{\omega}$ forgási szögsebességvektor precessziós mozgásának következtében folyamatosan változik a forgástengelyre merőleges égi egyenlítő síkjának az állócsillagokhoz viszonyított helyzete; következésképpen folyamatosan változnak valamely C_s csillagnak az égi egyenlítői koordinátái. Az ábrán a δ és δ' jelenti a csillagnak valamely t és t' időponthoz tartozó deklinációját.



6.6 ábra

Az ekvatoriális koordináta-rendszer

Mivel a Föld tömege a forgástengelyével együtt végzi a leírt mozgásokat, a földfelszíni P pontnak a forgástengelyhez viszonyított földrajzi koordinátái a precessziós mozgástól függetlenek. Az ábrán a P pont helyvektorának a forgástengelyre merőleges síkkal bezárt szögeként értelmezett ψ geocentrikus szélességet tüntettük fel ugyancsak a t és a t' időpontra vonatkoztatva.



6.7 ábra

A precesszió hatása

Összefoglalva az eddigieket megállapíthatjuk tehát; hogy a Föld forgástengelyének térbeli helyzetváltozásai (az általános precesszió és a csillagászati nutáció) következtében a csillagok égi egyenlítői (ekvatoriális) koordinátái folyamatosan változnak. A kozmikus geodéziában ezeket a változásokat figyelembe kell venni. A korrekciók számításához szükséges adatokat a különböző csillagászati évkönyvek tartalmazzák [61].